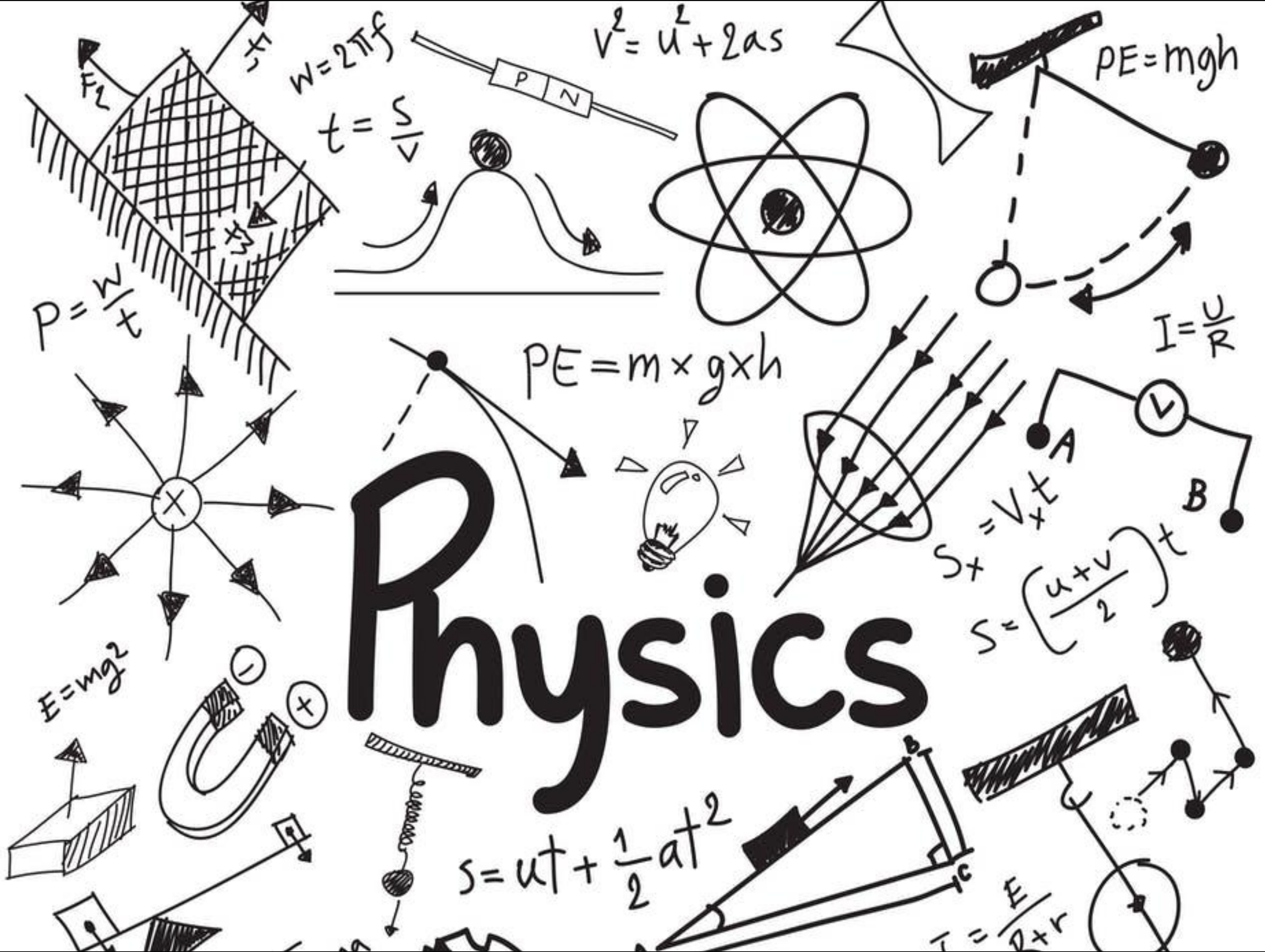


Physics
$W=2\pi f$
$v^2=u^2+2as$
$PE=mgh$
$t=\frac{S}{V}$
P N
$P=\frac{W}{t}$
$PE=m\times g\times h$
$I=\frac{U}{R}$
A
B
$S_x=V_x t$
$S=\left(\frac{u+v}{2}\right)t$
$E=mg^2$
$s=ut+\frac{1}{2}at^2$
$I=\frac{E}{R+r}$

Reminder…

- **Διαλέξεις**
  - **Προαιρετική** παρουσία!
  - Είστε εδώ γιατί **θέλετε** να ακούσετε/συμμετέχετε
  - Δεν υπάρχουν απουσίες
  - Υπάρχει **σεβασμός** στους συναδέλφους σας και στην εκπαιδευτική διαδικασία
  - **Προστατέψτε εσάς και τους συναδέλφους σας**: απέχετε από το μάθημα αν δεν είστε/αισθάνεστε καλά

Εικόνα: Μητέρα και κόρη απολαμβάνουν την επίδραση της ηλεκτρικής φόρτισης των σωμάτων τους. Κάθε μια ξεχωριστή τρίχα των μαλλιών τους φορτίζεται και προκύπτει μια απωθητική δύναμη μεταξύ των τριχών, με αποτέλεσμα να «σηκώνονται οι τρίχες τους». ☺ (Courtesy of Resonance Research Corporation)

Φυσική για Μηχανικούς

Ηλεκτρικά Πεδία

Φυσική για Μηχανικούς

Ηλεκτρικά Πεδία

Εικόνα: Μητέρα και κόρη απολαμβάνουν την επίδραση της ηλεκτρικής φόρτισης των σωμάτων τους. Κάθε μια ξεχωριστή τρίχα των μαλλιών τους φορτίζεται και προκύπτει μια απωθητική δύναμη μεταξύ των τριχών, με αποτέλεσμα να «σηκώνονται οι τρίχες τους». ☺ (Courtesy of Resonance Research Corporation)

Ηλεκτρικά Πεδία (επανάληψη…)

- **Ηλεκτρικό πεδίο**
- **Ηλεκτρικό Πεδίο $\vec{E}$ σε ένα σημείο του χώρου: η ηλεκτρική δύναμη που ασκείται σε ένα σωματίδιο q_0, δια το φορτίο αυτό**

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{q_0}$$

- Ένα ηλεκτρικό πεδίο υπάρχει σε ένα σημείο του χώρου αν ένα φορτισμένο σωματίδιο (με μικρό q_0) υφίσταται μια ηλεκτρική δύναμη

$$\vec{F}_e = q_0\vec{E}$$

- Το ηλεκτρικό πεδίο $\vec{E}$ σε ένα σημείο *P* λόγω της παρουσίας **πηγής φορτίου** q δίνεται ως

$$\vec{E}_P = k_e \frac{q}{r^2}\hat{\mathbf{r}}$$

- Μέτρο του ηλεκτρικού πεδίου στο σημείο *P*

$$E_P = k_e \frac{|q|}{r^2}$$

Ηλεκτρικά Πεδία (επανάληψη...)

- **Ηλεκτρικό πεδίο**
- **Ηλεκτρικό Πεδίο $\vec{E}$ από κατανομή φορτίου**

$$\boldsymbol{E_P = \int dE_P}$$

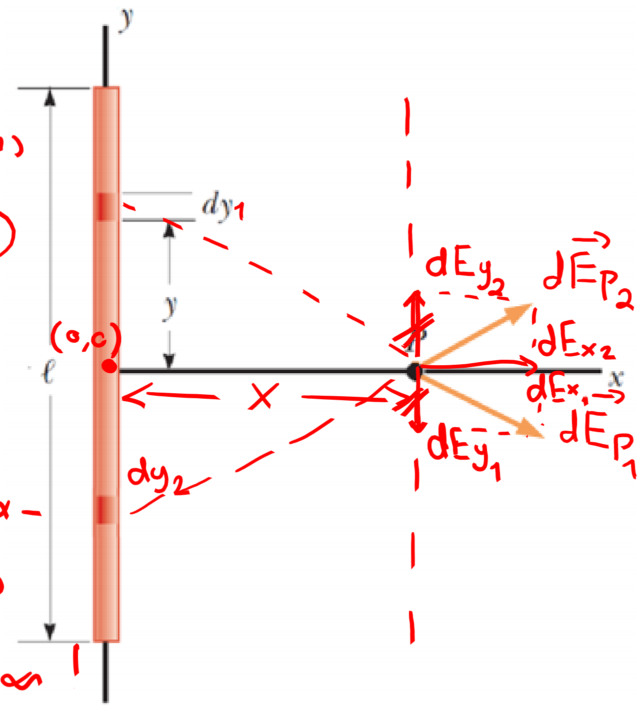
- Υπολογίζουμε το πεδίο dE_P εξ αιτίας σημειακού φορτίου dq
- Αθροίζουμε (ολοκληρώνοντας) τις συνεισφορές όλων των απειροστά μικρών φορτίων dq της κατανομής

Ηλεκτρικά Πεδία (επανάληψη…)

- **Παράδειγμα 1:**
  - Μια ράβδος μήκους l έχει ομοιόμορφη κατανομή θετικού φορτίου ανά μονάδα μήκους λ και συνολικό φορτίο $Q > 0$. Βρείτε το ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο P που βρίσκεται σε απόσταση x από το μέσον της ράβδου, όπως στο σχήμα.

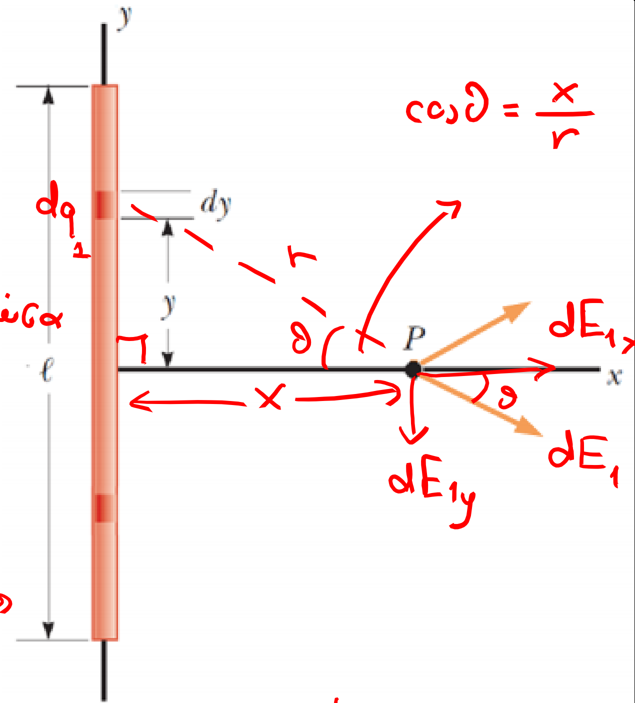
Τμηματοποιούμε τη ράβδο σε φορτία dq μήκους dy. Λόγω της ομοιόμορφης φόρτισης της ράβδου, ισχύει $\lambda = \dfrac{Q}{l} = \dfrac{dq}{dy}$ (1)

Λόγω συμμετρίας και θέσης της ράβδου, παρατηρούμε ότι οι y-συνιστώσες του ηλεκτρικού πεδίου στο σημείο P για οποιαδήποτε δυο σημειακά φορτία dq_1, dq_2 που ισαπέχουν από το (0,0) αλληλοαναιρούνται!



Ηλεκτρικά Πεδία (επανάληψη…)

- **Παράδειγμα 1 – Λύση:**
  - Μια ράβδος μήκους l έχει ομοιόμορφη κατανομή θετικού φορτίου ανά μονάδα μήκους λ και συνολικό φορτίο $Q > 0$. Βρείτε το ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο P.



Για το φορτίο dq_1, το ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο P θα είναι

$$dE_1 = k_e \frac{|dq_1|}{r^2} = k_e \frac{|dq_1|}{x^2+y^2}$$

Η x-συνιστώσα στο σημείο P για το dE_1, θα είναι

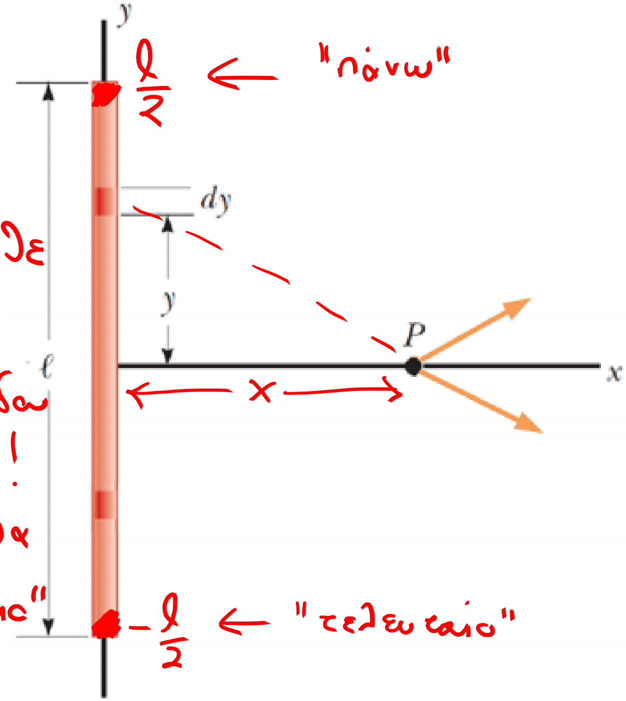
$$dE_{1x} = dE_1 \cdot \cos\theta = k_e \frac{|dq_1|}{x^2+y^2} \cos\theta$$

$$\cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

$$\Rightarrow dE_{1x} = k_e \frac{|dq_1|\, x}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

Ηλεκτρικά Πεδία (επανάληψη…)

- **Παράδειγμα 1 – Λύση:**
  - Μια ράβδος μήκους l έχει ομοιόμορφη κατανομή θετικού φορτίου ανά μονάδα μήκους λ και συνολικό φορτίο $Q > 0$. Βρείτε το ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο P.



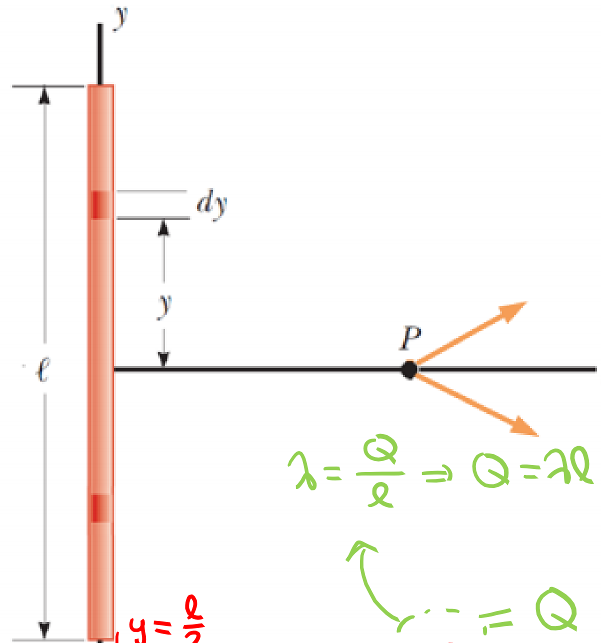
Για να βρω το συνολικό ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο P πρέπει να "αθροίσω" όλες τις απειροστά μικρές συνεισφορές dE_i από κάθε φορτίο dq_i της ράβδου. Τα φορτία dq_i βρίσκονται σε διαφορετικές θέσεις της ράβδου και άρα έχουν διαφορετικό y ← μεταβλητή! Όμως καταλαβαίνω ότι το "πάνω" φορτίο θα βρίσκεται στη θέση $y=\frac{l}{2}$ και το "τελευταίο" στη θέση $y=-\frac{l}{2}$. Άρα

$$E_{Px} = \int dE_i = \int k_e \frac{|dq_i|\,x}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} \overset{dq_i>0}{\underset{dq=dq_i}{=}} k_e \int \frac{x\cdot dq}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}$$

Ηλεκτρικά Πεδία (επανά

$$\int \frac{dx}{(x^2+a^2)^{3/2}} = \frac{x}{a^2\sqrt{x^2+a^2}} \quad (2)$$

- **Παράδειγμα 1 – Λύση:**
  - Μια ράβδος μήκους l έχει ομοιόμορφη κατανομή θετικού φορτίου ανά μονάδα μήκους λ και συνολικό φορτίο $Q > 0$. Βρείτε το ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο P.



Το ολοκλήρωμα έχει διαφορικό dq και μεταβλητή y. Όπως (1) $\Rightarrow \frac{dq}{dy} = \lambda \Rightarrow$

$\Rightarrow dq = \lambda\, dy$! Άρα

$$E_{P_x} = k_e \int \frac{x \lambda\, dy}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} = k_e \lambda x \int \frac{dy}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}$$

Ποιά είναι τα άκρα του ολοκληρώματος? Φυσικά τα $y=-\ell/2$, $y=\ell/2$. Άρα

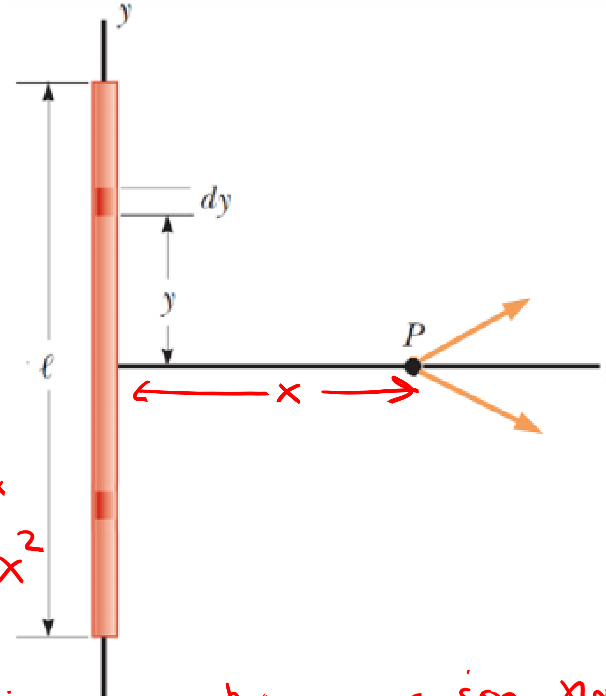
$$\lambda = \frac{Q}{\ell} \Rightarrow Q = \lambda\ell$$

$$E_{P_x} = k_e \lambda x \int_{-\frac{\ell}{2}}^{\frac{\ell}{2}} \frac{dy}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} \overset{(2)}{=} k_e \lambda x \left. \frac{y}{x^2\sqrt{y^2+x^2}} \right|_{y=-\frac{\ell}{2}}^{y=\frac{\ell}{2}} = k_e \frac{\underbrace{\lambda\ell}_{=Q}}{x\sqrt{x^2+\left(\frac{\ell}{2}\right)^2}}$$

$$= k_e Q \frac{1}{x\sqrt{x^2+\left(\frac{\ell}{2}\right)^2}}.$$

Ηλεκτρικά Πεδία (επανάληψη...)

- **Παράδειγμα 1 – Λύση:**
  - Μια ράβδος μήκους l έχει ομοιόμορφη κατανομή θετικού φορτίου ανά μονάδα μήκους λ και συνολικό φορτίο $Q > 0$. Βρείτε το ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο P.



Άρα τελικά $\vec{E}_P = E_{Px}\,\vec{i} = k_e \dfrac{Q}{x\sqrt{x^2+\left(\frac{l}{2}\right)^2}}\,\vec{i}$

Sanity check: τι θα γίνει αν $x \gg l$? Αν είμαστε μακριά από τη ράβδο, περιμέναμε να συμπεριφέρεται ως "σημειακό φορτίο". Για να δούμε:

$$x \gg l \Rightarrow x^2 \gg \left(\frac{l}{2}\right)^2 \Rightarrow x^2+\left(\frac{l}{2}\right)^2 \simeq x^2$$

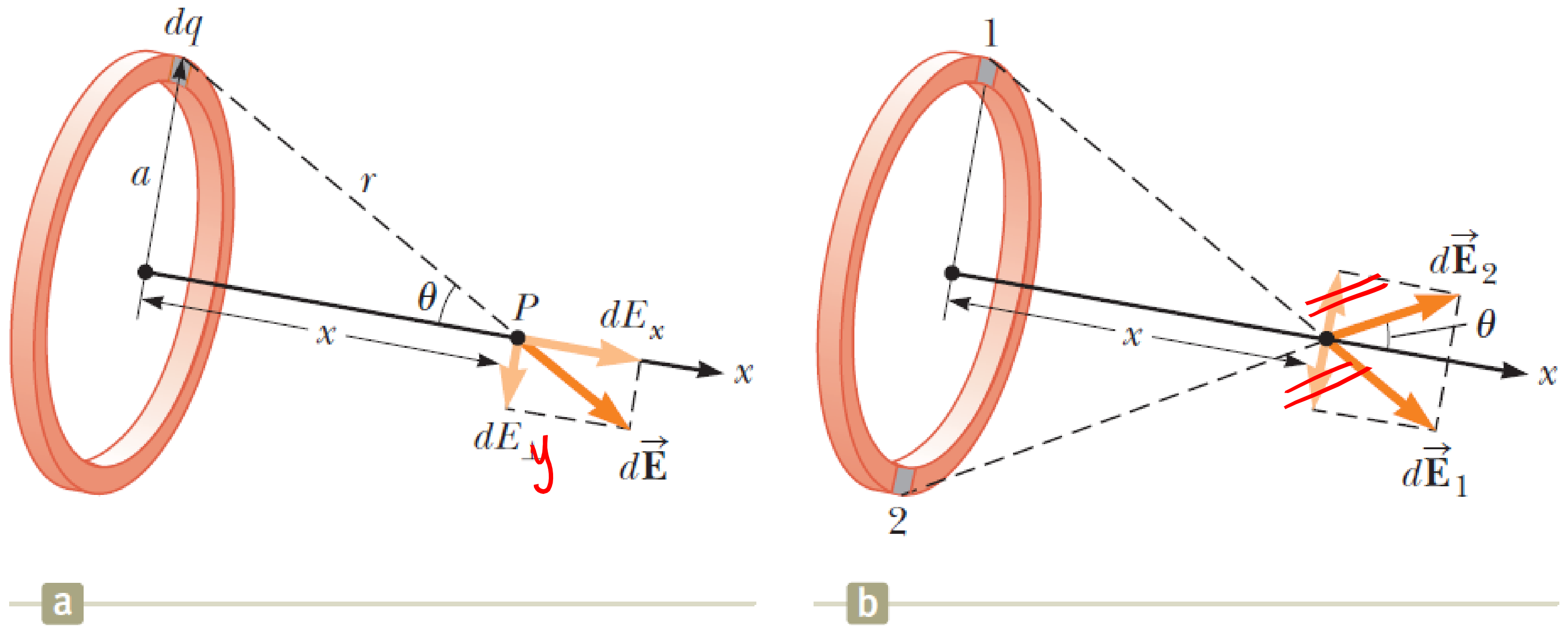
Άρα

$$E_{Px} = k_e \frac{Q}{x\sqrt{x^2}} = k_e \frac{Q}{x^2}$$

, που είναι ακριβώς η σχέση για το ηλεκτρικό πεδίο σημειακού φορτίου!

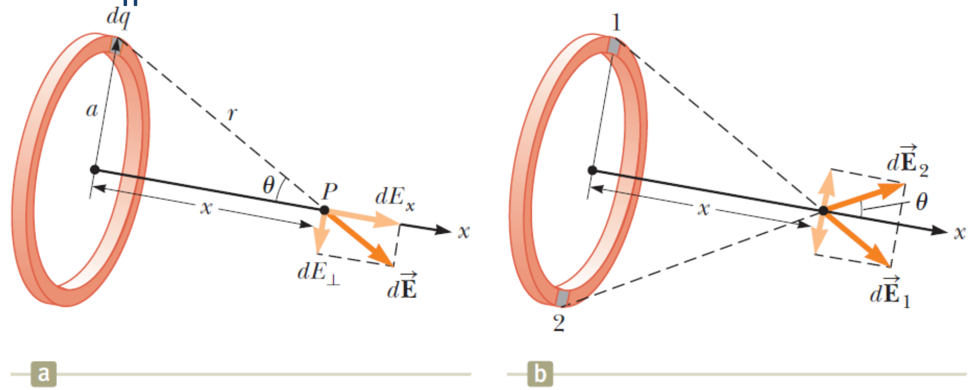
Ηλεκτρικά Πεδία

- **Παράδειγμα 2:**
  - Ένας δακτύλιος ακτίνας α φέρει ομοιόμορφα κατανεμημένο θετικό φορτίο Q. Υπολογίστε το ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο P που βρίσκεται σε απόσταση x από το κέντρο του δακτυλίου και στον κάθετο άξονα στο επίπεδο του δακτυλίου.



Ηλεκτρικά Πεδία

- **Παράδειγμα 2 – Λύση:**
  - Ένας δακτύλιος ακτίνας α φέρει ομοιόμορφα κατανεμημένο θετικό φορτίο Q. Υπολογίστε το ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο P.



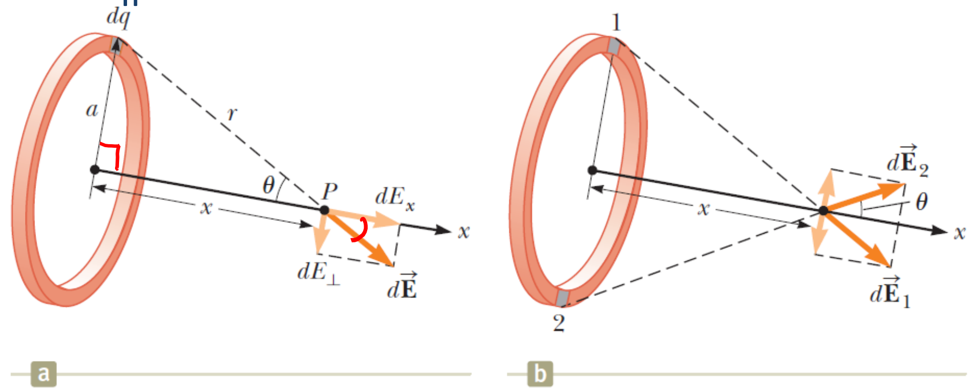
Τεμαχοποιούμε το δακτύλιο σε τμήματα μήκους ds, και φορτίου dq. Έστω φορτίο dq_1 σε απόσταση r από το σημείο P, και φορτίο dq_2 αντιδιαμετρικά του dq_1. Παρατηρώ ότι στο σημείο P οι y-συνιστώσες των ηλεκτρικών πεδίων dE_1, dE_2 αλληλοεξουδετερώνονται. Άρα στο σημείο P θα ισχύει

$$\vec{E}_P = E_{P_x} \cdot \vec{i}$$

Έστω φορτίο dq, το ηλ πεδίο στο P από την πηγή φορτίου dq

Ηλεκτρικά Πεδία

- **Παράδειγμα 2 – Λύση:**
  - Ένας δακτύλιος ακτίνας α φέρει ομοιόμορφα κατανεμημένο θετικό φορτίο Q. Υπολογίστε το ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο P.



Θα είναι:

$$\left.\begin{aligned} dE_P &= k_e \frac{|dq|}{r^2} \\ r^2 &= x^2 + a^2 \end{aligned}\right\} =$$

$$= k_e \frac{|dq|}{a^2+x^2} \overset{dq>0}{=} k_e \frac{dq}{x^2+a^2}.$$

Άρα

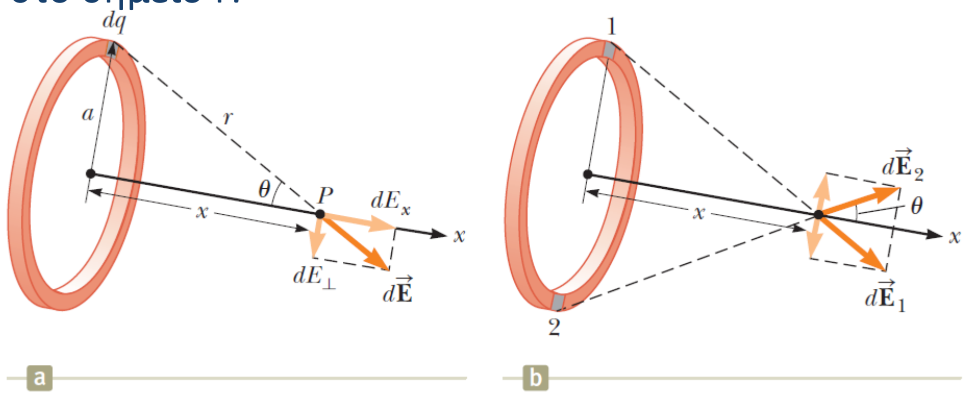
$$\left.\begin{aligned} dE_x^P &= dE_P \cdot \cos\theta \\ \cos\theta &= \frac{x}{r} = \frac{x}{\sqrt{a^2+x^2}} \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow dE_x^P = k_e \frac{dq}{(a^2+x^2)} \cdot \frac{x}{\sqrt{a^2+x^2}} = k_e \frac{dq\, x}{(a^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}$$

Οπότε "αθροίζω" τις συνεισφορές ηλ. πεδίου στο P από όλα τα σημεία/φορτία του δακτυλίου!

Ηλεκτρικά Πεδία

- **Παράδειγμα 2 – Λύση:**
  - Ένας δακτύλιος ακτίνας α φέρει ομοιόμορφα κατανεμημένο θετικό φορτίο Q. Υπολογίστε το ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο P.



$$E_P = \int dE_x^P = \int k_e \frac{dq\, x}{(a^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$= k_e \frac{x}{(a^2+x^2)^{\frac{3}{2}}} \underbrace{\int dq}_{Q}$$

Άρα $E_P = k_e \frac{Qx}{(a^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}$. Ως διάνυσμα $\vec{E_P} = k_e \frac{Q \cdot x}{(a^2+x^2)^{\frac{3}{2}}} \cdot \vec{i}$.

- Sanity check: τι θα συμβεί αν $x \gg a$? Τότε $x^2+a^2 \simeq x^2$ και άρα

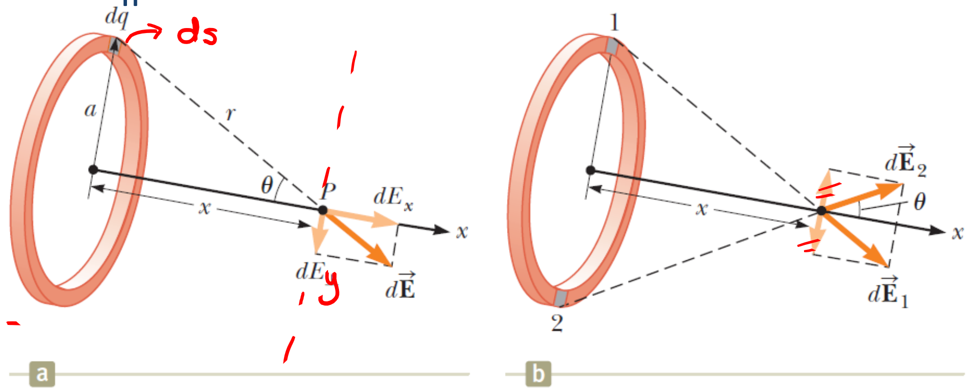
$$E_P = k_e \frac{Qx}{(x^2)^{\frac{3}{2}}} = k_e \frac{Qx}{x^3} = k_e \frac{Q}{x^2}$$

! Ο δακτύλιος συμπεριφέρεται ως σημειακό φορτίο (ξανά)!

Ηλεκτρικά Πεδία

① $\lambda = \frac{Q}{\ell} = \frac{dq}{ds} = \frac{Q}{\underset{\text{μήκος κύκλου}}{2\pi a}}$

- **Παράδειγμα 2 – 2η Λύση:**
  - Ένας δακτύλιος ακτίνας a φέρει ομοιόμορφα κατανεμημένο θετικό φορτίο Q. Υπολογίστε το ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο P.



Όμοια με πριν, καταλήγαμε στο

$$dE_{P_x} = k_e \frac{x\,dq}{(x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}}$$

Όμως $dq = \lambda ds$ για κάθε απειροστο μικρό τμήμα δακτυλίου ds

Άρα

$$dE_{P_x} = k_e x \frac{\lambda ds}{(x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

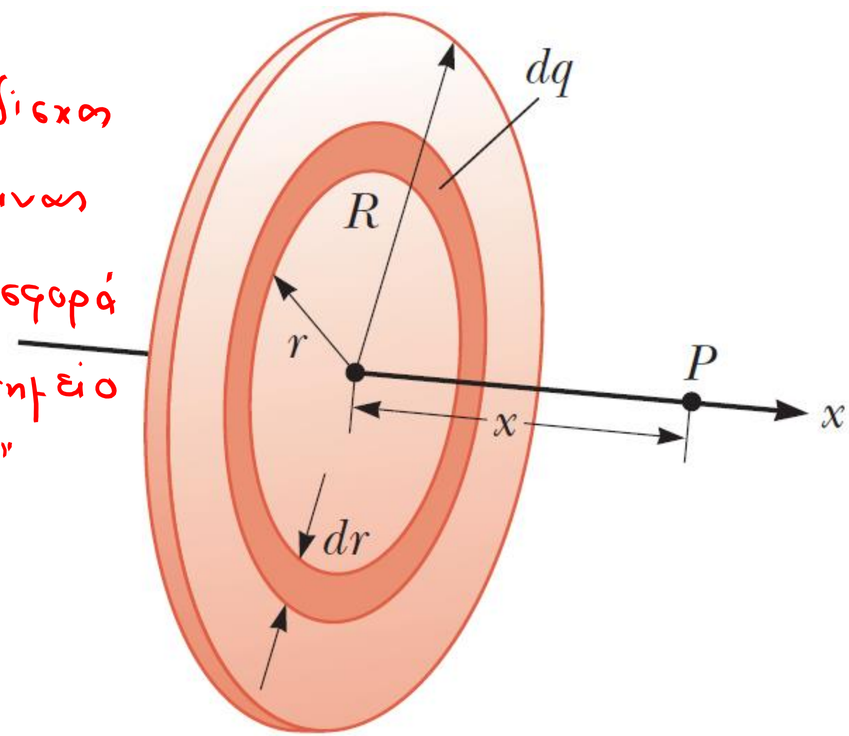
Υπολογίζω την "αθροιστική" συνεισφορά κάθε απειροστά μικρού τόξου ds στο ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο P ως:

$$E_{P_x} = \int dE_{P_x} = k_e x \lambda \frac{1}{(a^2+x^2)^{\frac{3}{2}}} \underbrace{\overbrace{\int ds}^{2\pi a}}_{\text{άθροισμα όλων των απειροστά μικρών τόξων } ds} = k_e x \frac{\overbrace{\lambda 2\pi a}^{① = Q}}{(a^2+x^2)^{\frac{3}{2}}} = k_e x \frac{Q}{(x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

Ηλεκτρικά Πεδία

- **Παράδειγμα 3:**
  - Ένας δίσκος ακτίνας *R* έχει ομοιόμορφο επιφανειακό φορτίο πυκνότητας σ. Υπολογίστε το ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο P σε απόσταση *x*, και που βρίσκεται στον κάθετο άξονα που περνά από το κέντρο του δίσκου.

Μπορούμε να θεωρήσουμε ότι ο δίσκος αποτελείται από δακτυλίους ακτίνας dr και να υπολογίσουμε τη συνεισφορά καθενός στο ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο P, και στο τέλος να "αθροίσουμε" αυτές τις συνεισφορές!



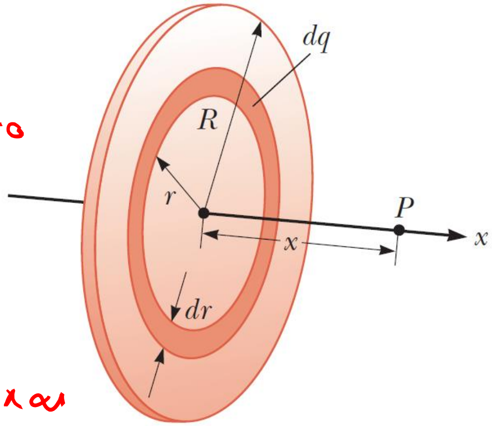
Ηλεκτρικά Πεδία

$$(1)\quad \sigma = \frac{Q}{A} = \frac{dq}{dA} = \frac{dq}{2\pi r dr} \Rightarrow dq = 2\pi\sigma r dr$$

- **Παράδειγμα 3 – Λύση:**
  - Ένας δίσκος ακτίνας R έχει ομοιόμορφο επιφανειακό φορτίο πυκνότητας σ. Υπολογίστε το ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο P.

Δείξαμε πριν ότι ένας δακτύλιος ακτίνας a και φορτίο Q δημιουργεί ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο P ίσο με

$$E_P = k_e \frac{Qx}{(a^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}$$



Έστω δακτύλιος με φορτίο dq, "πάχος" dr και ακτίνας r, οπότε

$$dE_P = k_e \frac{dq \cdot x}{(r^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}$$

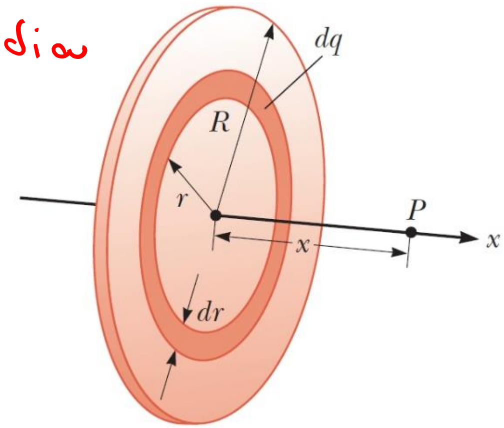
και λόγω (1)

$$dE_P = k_e \frac{2\pi\sigma \cdot r \cdot dr \cdot x}{(r^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}$$

Ηλεκτρικά Πεδία

$$\int_{c_1}^{c_2} \frac{x}{(x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}}\,dx = -\frac{1}{\sqrt{x^2+a^2}}\Bigg|_{x=c_1}^{x=c_2}$$

- **Παράδειγμα 3 – Λύση:**
  - Ένας δίσκος ακτίνας R έχει ομοιόμορφο επιφανειακό φορτίο πυκνότητας σ. Υπολογίστε το ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο P.



"Αθροίζουμε" όλες τις συνεισφορές ηλεκτρ. πεδίου από κάθε δακτύλιο που αποτελεί το δίσκο.

$$E_P = \int dE_P = k_e \cdot 2\pi \cdot \sigma \cdot x \int \frac{r \cdot dr}{(r^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$= 2\pi k_e \sigma x \int_0^R \frac{r}{(r^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}\,dr$$

$$= 2\pi k_e \sigma x \left(-\frac{1}{\sqrt{r^2+x^2}}\right)\Bigg|_{r=0}^{r=R} = 2\pi k_e \sigma \left(1 - \frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}\right).$$

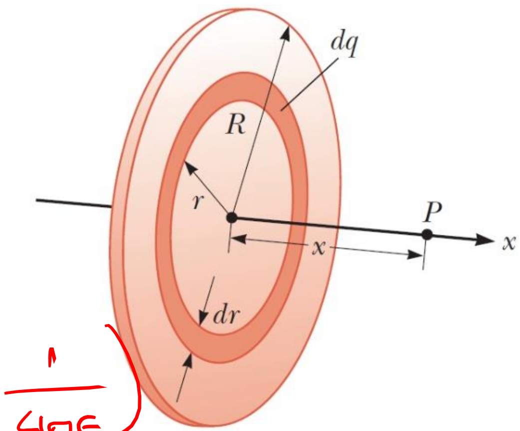
Άρα

$$\vec{E}_P = 2\pi k_e \sigma \left(1 - \frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}\right)\cdot \vec{i}$$

Ηλεκτρικά Πεδία

$$E_P = 2\pi k_e \sigma \left(1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}}\right)$$

- **Παράδειγμα 3 – Λύση:**
  - Ένας δίσκος ακτίνας R έχει ομοιόμορφο επιφανειακό φορτίο πυκνότητας σ. Υπολογίστε το ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο P.



- Αν $R \to \infty$, τότε έχουμε μια επιφάνεια άπειρου μήκους και πλάτους. Τότε

$$E_P = \lim_{R\to\infty} 2\pi\sigma k_e \left(1 - \frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}\right)$$

$$= 2\pi k_e \sigma (1 - 0) = 2\pi k_e \sigma \quad \left(k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)$$

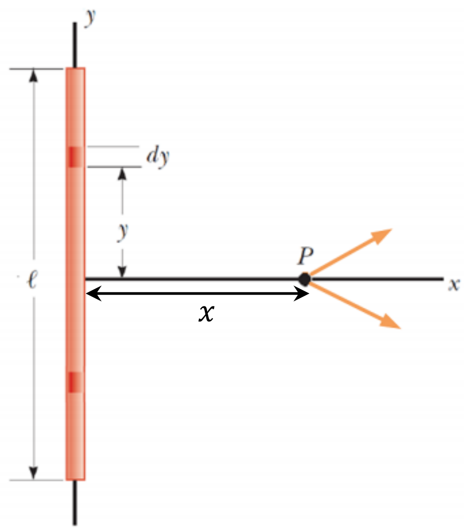
$$= \cancel{2}\pi\sigma \frac{1}{{}_2\cancel{4}\pi\epsilon_0} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}.$$

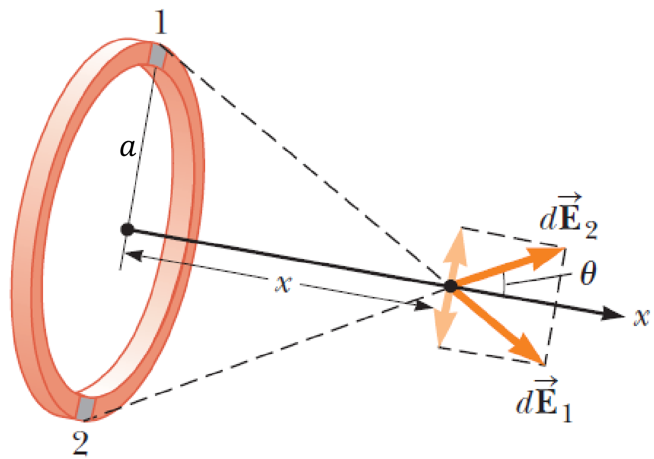
- Αν $x >> R$, τότε μπορούμε να δείξουμε ότι ο δίσκος συμπεριφέρεται πάλι ως σημειακό φορτίο! Δείτε τις σημειώσεις σας σχετικά.

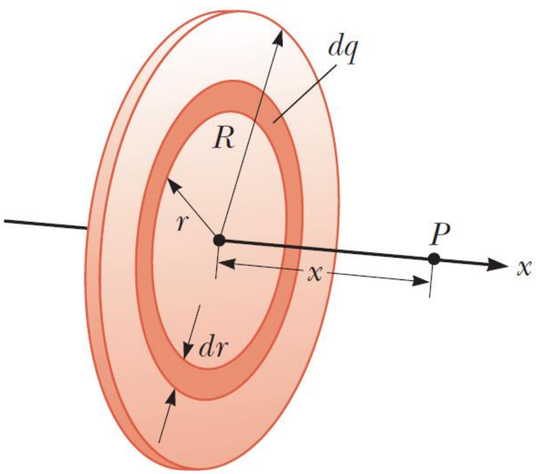
Ηλεκτρικά Πεδία

Κατανομές φορτίων

Πολύ ειδικές περιπτώσεις επιλογής του σημείου P!! Προκύπτουν συμμετρίες που απλοποιούν τους υπολογισμούς!





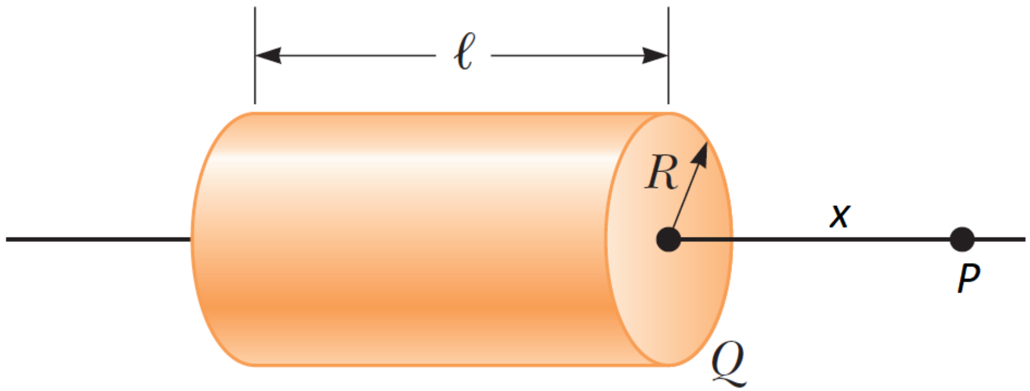


$$\vec{E}_P = k_e \frac{Q}{x\sqrt{x^2 + (l/2)^2}}\vec{\imath} \qquad \vec{E}_P = k_e \frac{Qx}{(x^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}}\vec{\imath} \qquad \vec{E}_P = 2\pi\sigma k_e \left(1 - \frac{x}{(x^2 + R^2)^{\frac{1}{2}}}\right)\vec{\imath}$$

Ηλεκτρικά Πεδία

Κατανομές φορτίων

Πώς θα δουλεύατε στην παρακάτω περίπτωση?



Θα θεωρούσαμε τον κύλινδρο ως μια συλλογή από «σημειακούς» δίσκους των οποίων τη συνεισφορά ηλεκτρικού πεδίου στο σημείο P γνωρίζουμε ήδη!

Αν ο κύλινδρος ήταν «κούφιος»?

Θα θεωρούσαμε τον κύλινδρο ως μια συλλογή από «σημειακούς» δακτυλίους των οποίων τη συνεισφορά ηλεκτρικού πεδίου στο σημείο P γνωρίζουμε ήδη!

Ηλεκτρικά Πεδία

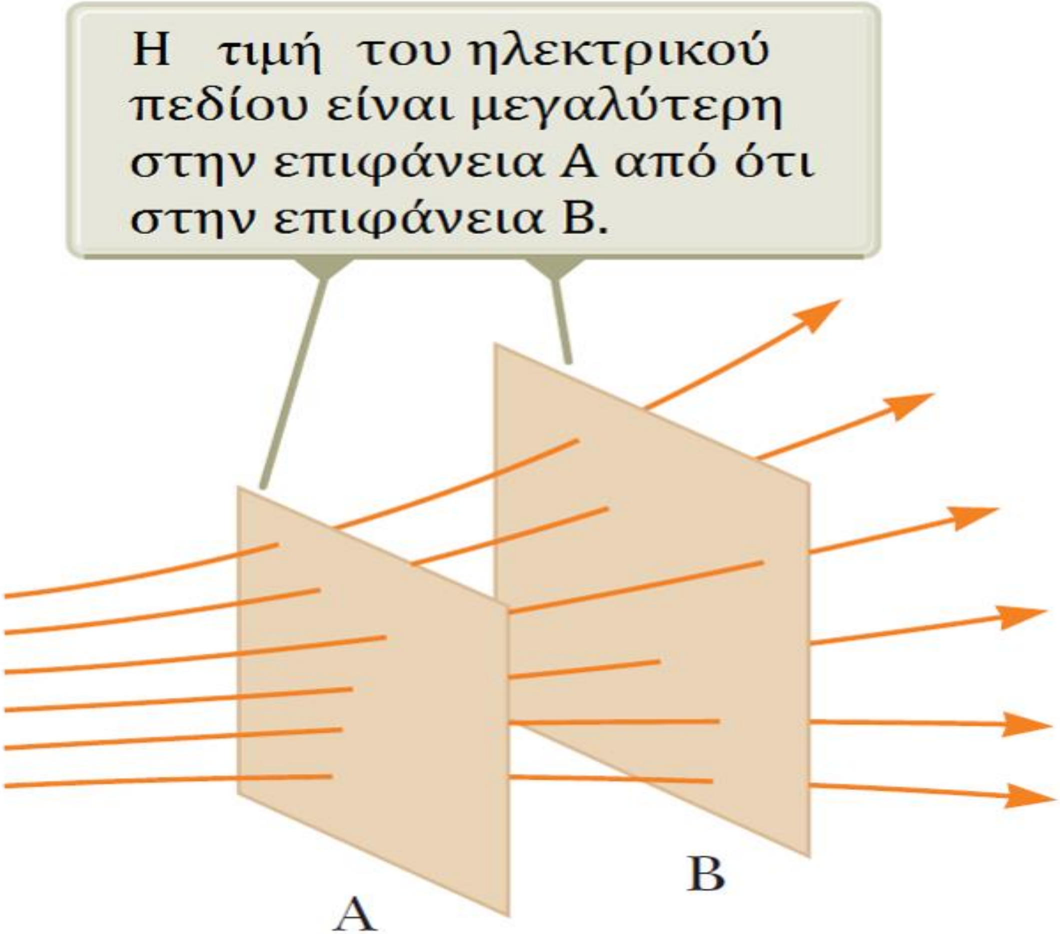
- **Ηλεκτρικά Πεδία**
  - Σε όλα τα παραδείγματα είδατε τη φιλοσοφία προσέγγισης
  - Από ένα μικρό, «σημειακό» φορτίο (είτε πραγματικό σημειακό φορτίο είτε κατανομή μικρού φορτίου) γενικεύσαμε σε ολόκληρη την κατανομή φορτίου
    - Υπολογίσαμε τη συνεισφορά ηλεκτρικού πεδίου σε ένα σημείο λόγω του «σημειακού» φορτίου
    - Αθροίσαμε (ολοκληρώσαμε) όλες τις συνεισφορές που οφείλονται σε όλα τα «σημειακά» φορτία

Ηλεκτρικά Πεδία

- **Δυναμικές Γραμμές Ηλεκτρικού Πεδίου**
  - Δεν μπορούμε να δούμε ένα ηλεκτρικό πεδίο
  - Ένας βολικός τρόπος αναπαράστασης είναι οι **δυναμικές γραμμές** ηλεκτρικού πεδίου
    - Το διάνυσμα του ηλεκτρικού πεδίου $\vec{\mathrm{E}}$ είναι εφαπτόμενο σε μια δυναμική γραμμή που διέρχεται από κάθε σημείο του χώρου
    - Η κατεύθυνση της γραμμής είναι όμοια με αυτή της ηλεκτρικής δύναμης που ασκείται σε ένα **θετικά** φορτισμένο σωματίδιο που βρίσκεται στο πεδίο
    - Ο αριθμός των γραμμών διαμέσου μιας επιφάνειας που είναι κάθετη στις δυναμικές γραμμές είναι ανάλογη του μέτρου του ηλεκτρικού πεδίου
      - Με άλλα λόγια, οι δυναμικές γραμμές είναι πιο πυκνές όπου η «δύναμη» του πεδίου είναι μεγαλύτερη

Ηλεκτρικά Πεδία

- **Δυναμικές Γραμμές Ηλεκτρικού Πεδίου**

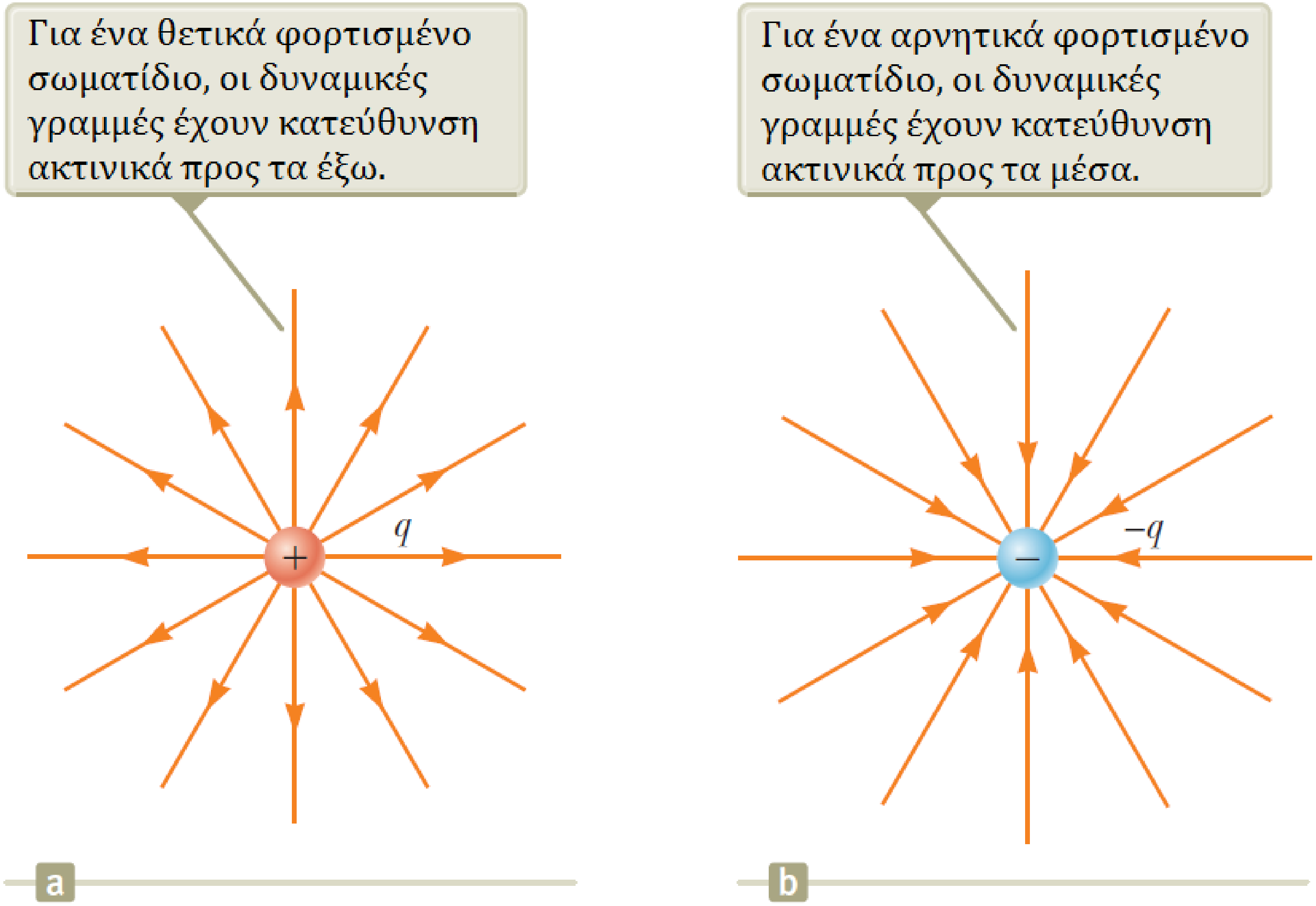


Ηλεκτρικά Πεδία

- **Δυναμικές Γραμμές Ηλεκτρικού Πεδίου**
  - Πώς τις σχεδιάζουμε;
  - Για **μεμονωμένα σημειακά φορτία**, οι γραμμές κατευθύνονται **ακτινικά προς τα «έξω» (θετικό φορτίο)** ή προς τα **«μέσα» (αρνητικό φορτίο)**
  - Για δύο **ανόμοια** φορτία, οι γραμμές πρέπει **να ξεκινούν από θετικό φορτίο και να καταλήγουν σε αρνητικό φορτίο**. Αν υπάρχει **πλεόνασμα** κάποιου φορτίου, τότε κάποιες δυναμικές γραμμές θα ξεκινούν ή θα τελειώνουν απειροστά **μακριά**.
  - Ο **αριθμός** των **γραμμών** που ξεκινούν από ένα θετικό φορτίο ή πλησιάζουν ένα αρνητικό φορτίο είναι **ανάλογη του μέτρου του φορτίου.**
  - Οι δυναμικές γραμμές **δεν τέμνονται.**

Ηλεκτρικά Πεδία

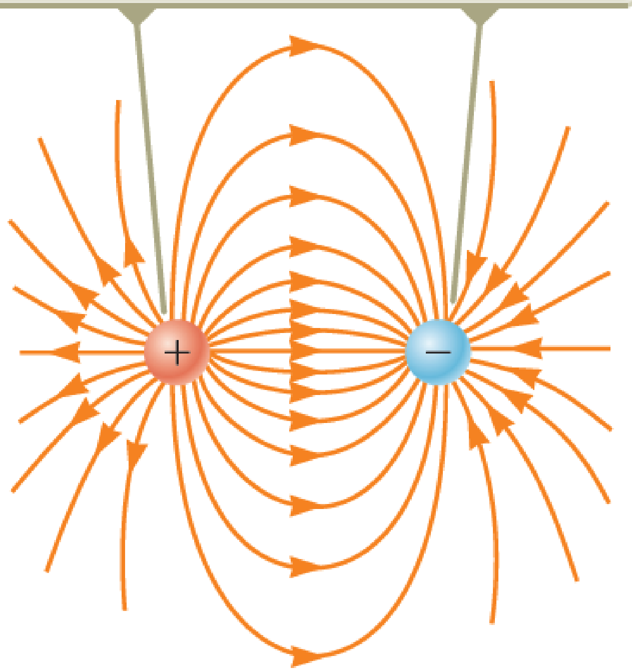
- **Δυναμικές Γραμμές Ηλεκτρικού Πεδίου**



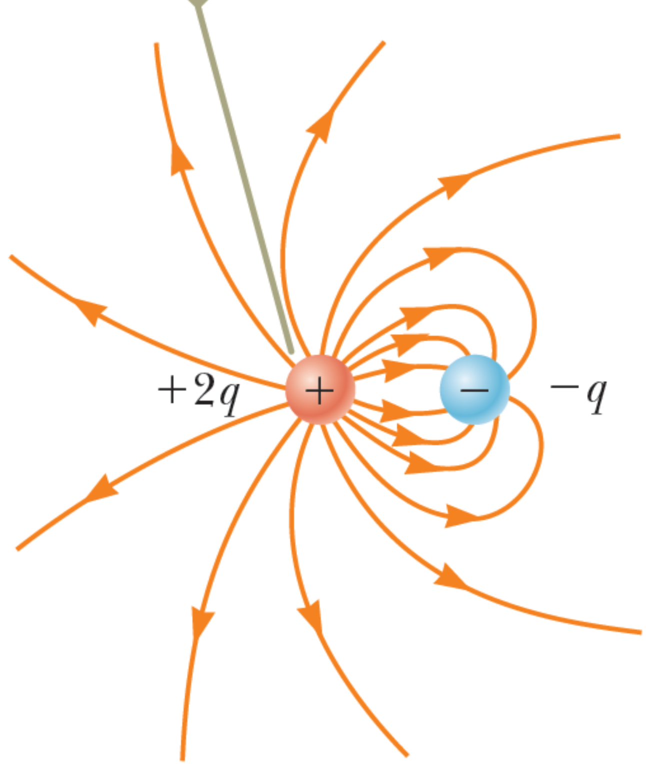
Ηλεκτρικά Πεδία

- **Δυναμικές Γραμμές Ηλεκτρικού Πεδίου**

Ο αριθμός των δυναμικών γραμμών που ξεκινούν από το θετικό φορτίο ισούται με τον αριθμό γραμμών που φθάνουν στο αρνητικό φορτίο.

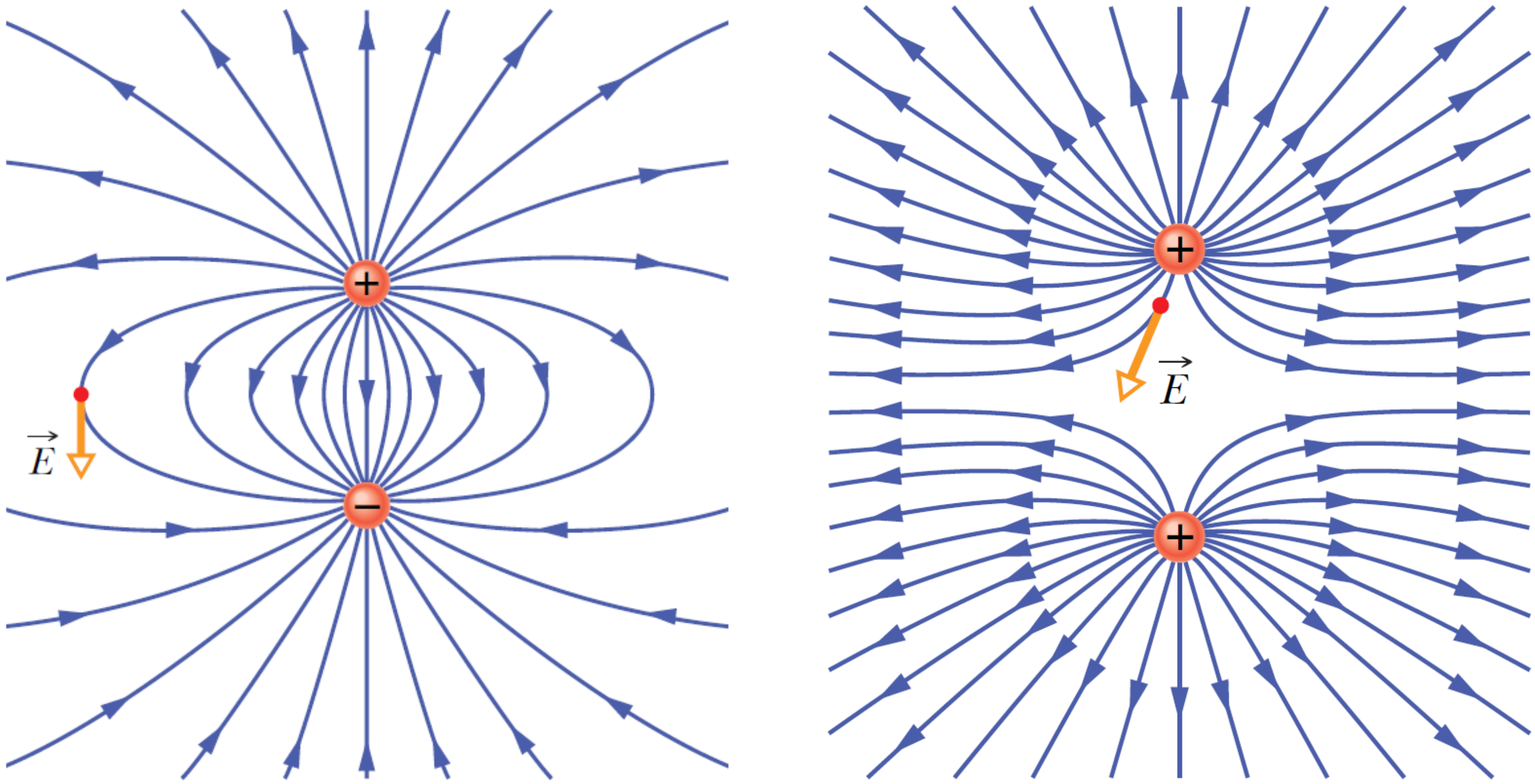


Δυο δυναμικές γραμμές ξεκινούν από το + 2q για κάθε μια που τερματίζει στο -q.



Ηλεκτρικά Πεδία

- **Δυναμικές Γραμμές Ηλεκτρικού Πεδίου**

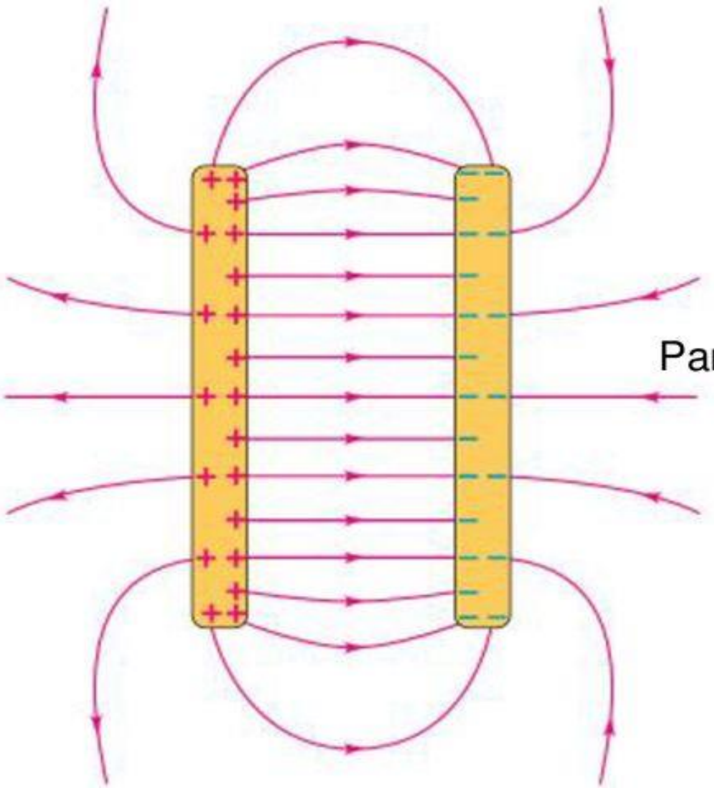


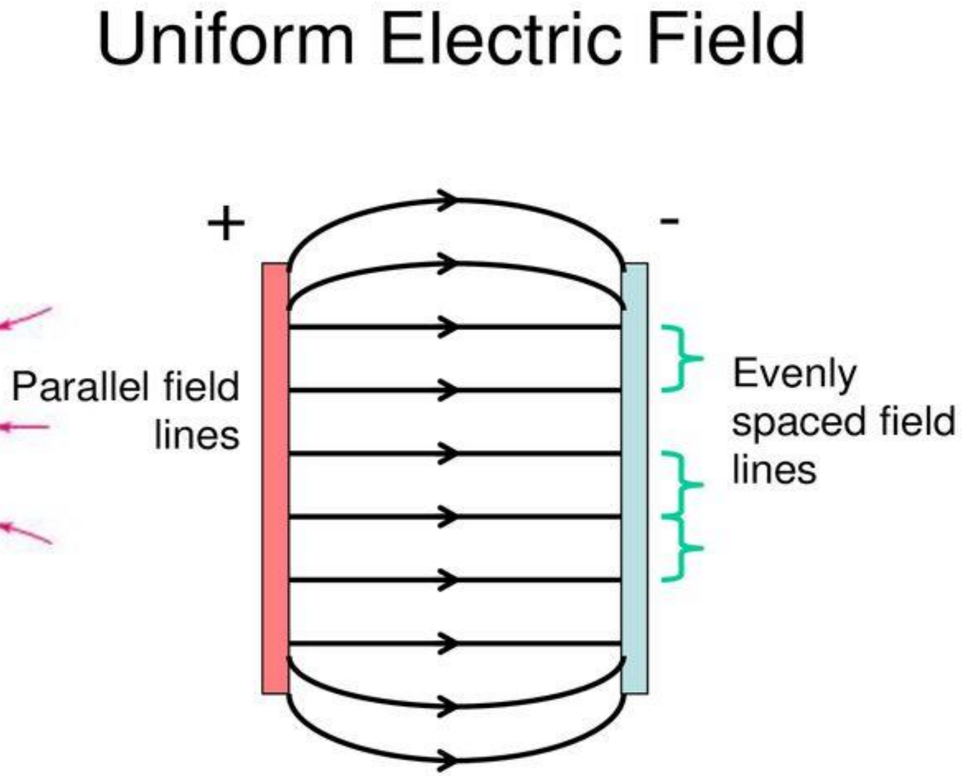
Ηλεκτρικά Πεδία

- **Κίνηση σωματιδίου σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο**
  - Σωματίδιο μάζας m και φορτίου q
  - Ομογενές ηλεκτρικό πεδίο $\vec{E}$
  - **Ομογενές**: **σταθερό** μέτρο, **παράλληλες** δυναμικές γραμμές που ξεκινούν από θετικά φορτισμένη περιοχή και καταλήγουν σε αρνητικά φορτισμένη περιοχή
  - Οι φορτισμένες περιοχές μπορεί να είναι κάποιες φορτισμένες επιφάνειες (π.χ. φορτισμένες πλάκες ή φορτισμένοι δίσκοι)

Ηλεκτρικά Πεδία

- **Κίνηση σωματιδίου σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο**





Ηλεκτρικά Πεδία

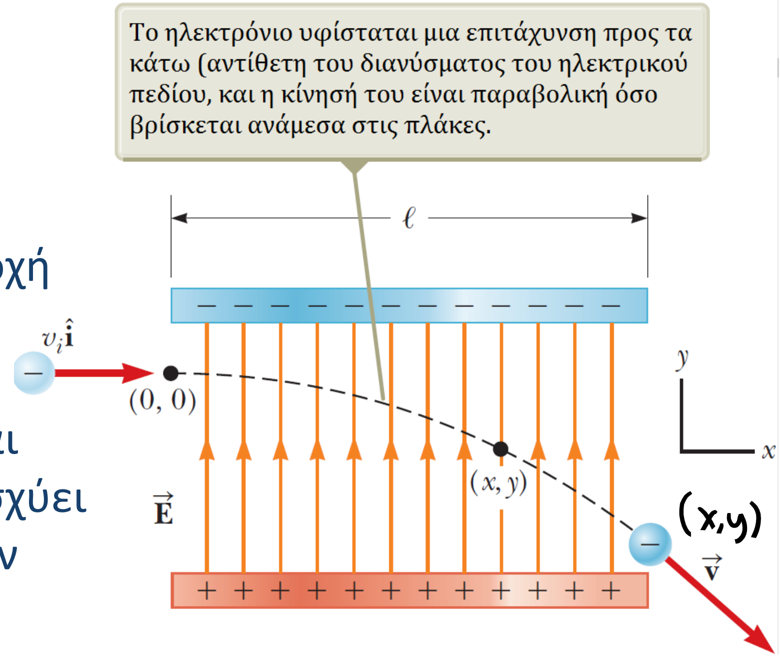
- **Κίνηση σωματιδίου σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο**
  - Το σωματίδιο βρίσκεται μέσα στο πεδίο
  - Εκτελεί επιταχυνόμενη κίνηση λόγω ηλεκτρικής δύναμης

$$\sum\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F}_e = m\vec{a} \Rightarrow q\vec{E} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m}$$

  - Αν το σωματίδιο έχει **θετικό** φορτίο, η κίνησή του ακολουθεί την κατεύθυνση των δυναμικών γραμμών του ηλεκτρικού πεδίου
  - Αλλιώς, η κίνηση είναι αντίθετη της κατεύθυνσης των γραμμών του ηλεκτρικού πεδίου

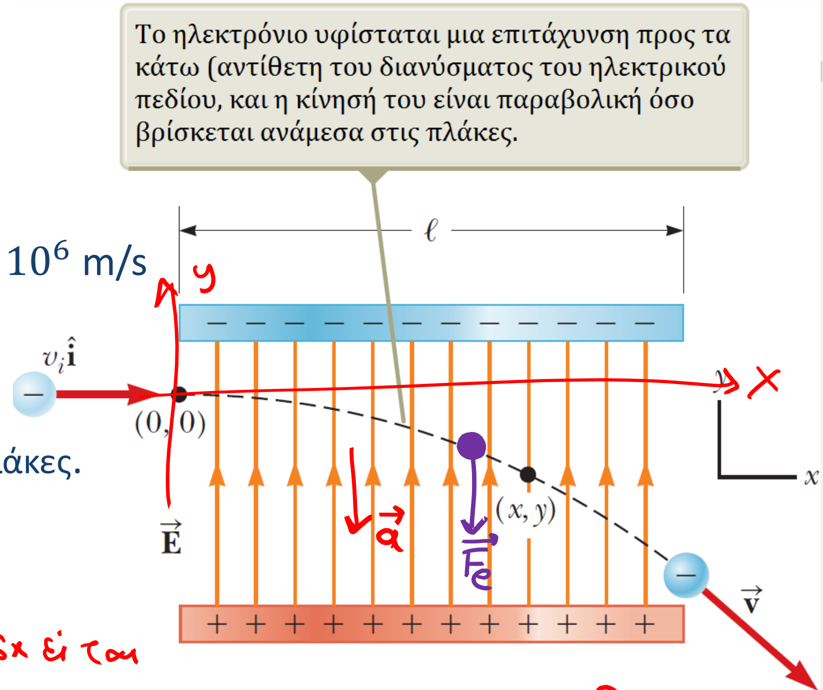
Ηλεκτρικά Πεδία

- **Παράδειγμα:**
  - Ένα ηλεκτρόνιο μπαίνει σε μια περιοχή ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου όπως στο σχήμα. Η αρχική ταχύτητά του είναι οριζόντιας κατεύθυνσης και μέτρου $u_i = 3 \times 10^6$ m/s. Επίσης, ισχύει $E = 200$ N/C. Το οριζόντιο μήκος των πλακών είναι $l = 0.1$ m. Θεωρήστε γνωστή τη μάζα του ηλεκτρονίου m_e, καθώς και το φορτίο του, e.
    Α) Βρείτε την επιτάχυνση του ηλεκτρονίου όσο βρίσκεται ανάμεσα στις πλάκες.
    Β) Υποθέτοντας ότι το ηλεκτρόνιο μπαίνει στο πεδίο τη χρονική στιγμή t = 0, βρείτε το χρόνο που εγκαταλείπει το πεδίο.
    Γ) Υποθέτοντας ότι η y-συνιστώσα του ηλεκτρονίου όταν μπαίνει στο ηλεκτρικό πεδίο είναι $y = 0$, ποια είναι αυτή με την οποία εγκαταλείπει το πεδίο;



Ηλεκτρικά Πεδία

- **Παράδειγμα – Λύση:**
  - Η αρχική ταχύτητά του είναι $u_i = 3 \times 10^6$ m/s και $E = 200$ N/C. Το οριζόντιο μήκος των πλακών είναι $l = 0.1$ m.
    A) Βρείτε την επιτάχυνση του ηλεκτρονίου όσο βρίσκεται ανάμεσα στις πλάκες.



Το φορτίο εισέρχεται εντός του ομογενούς ηλ. πεδίου, οπότε του ασκείται μια $\vec{F_e}$. Μοντέλο κίνησης: σώμα/φορτίο υπό επίδραση σταθερής δύναμης. Ισχύει ο 2ος Ν. Newton:

$$\sum \vec{F_y} = m_e \vec{a_y} \quad \left(\sum \vec{F_x} = \vec{0} \ ! \right)$$

$$\vec{F_e} = m_e \vec{a_y} \quad (\text{θετική φορά } \uparrow)$$

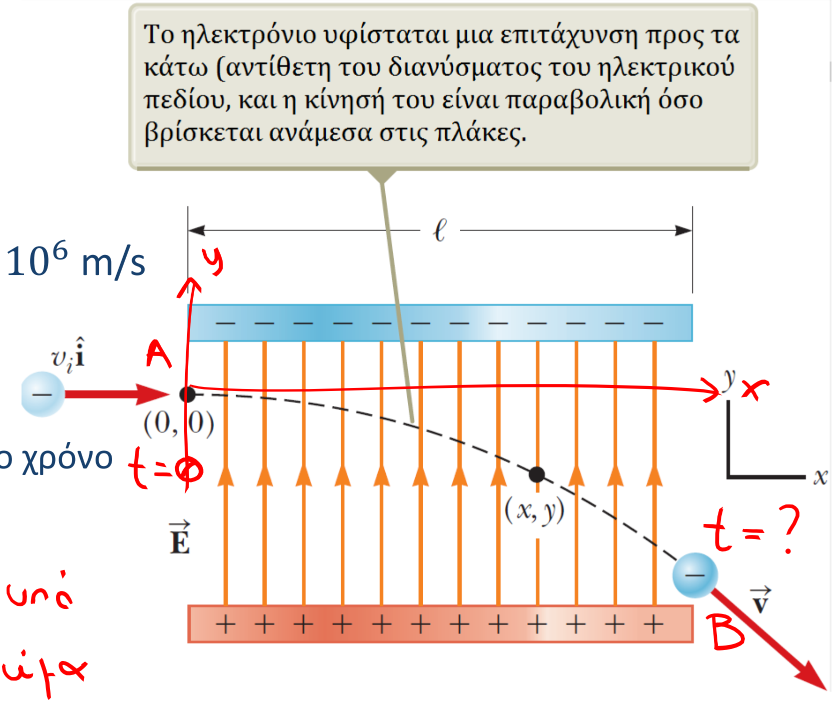
$$-F_e = m_e a_y$$

$$\boxed{a_y = -\frac{q_e E}{m_e}} \Leftarrow -q_e E = m_e a_y$$

Ηλεκτρικά Πεδία

Παράδειγμα – Λύση:

- Η αρχική ταχύτητά του είναι $u_i = 3 \times 10^6$ m/s και $E = 200$ N/C. Το οριζόντιο μήκος των πλακών είναι $l = 0.1$ m.
  B) Υποθέτοντας ότι το ηλεκτρόνιο μπαίνει στο πεδίο τη χρονική στιγμή $t = 0$, βρείτε το χρόνο που εγκαταλείπει το πεδίο.



Το φορτίο μοντελοποιείται ως σώμα υπό σταθερή επιτάχυνση στον y'y ή σώμα υπό σταθερή ταχύτητα στον x'x. Άρα ισχύει στη διαδρομή A→B στον άξονα x'x της κίνησης:

$$x_B = x_A + u_0 t$$

$$x_B - x_A = u_0 t$$

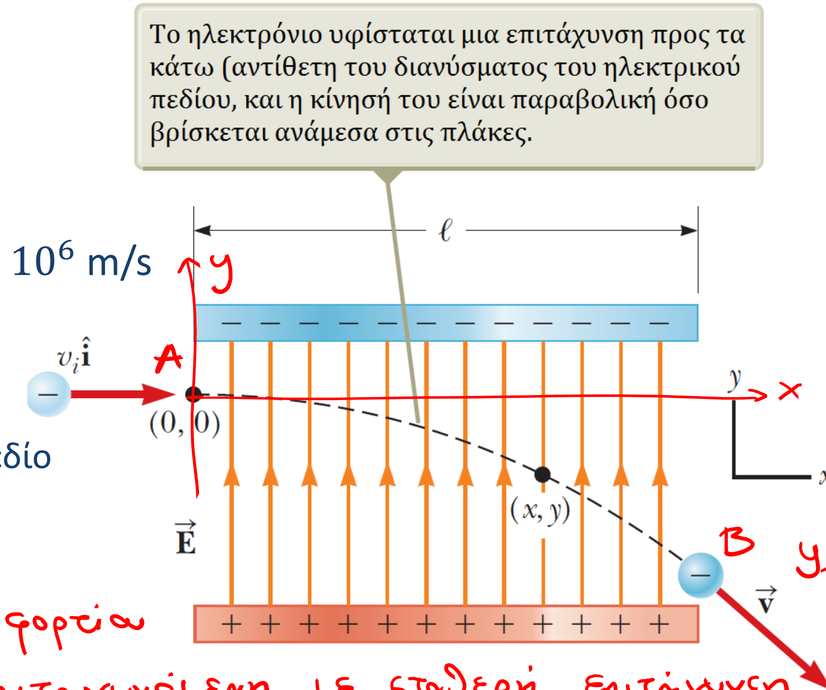
$$l = u_0 t$$

$$t = \frac{l}{u_0} = \frac{10^{-1}}{3 \cdot 10^6} = \frac{1}{3} 10^{-7} \text{ s}$$

Ηλεκτρικά Πεδία

- **Παράδειγμα – Λύση:**
  - Η αρχική ταχύτητά του είναι $u_i = 3 \times 10^6$ m/s και $E = 200$ N/C. Το οριζόντιο μήκος των πλακών είναι $l = 0.1$ m.

    Γ) Υποθέτοντας ότι η y-συνιστώσα του ηλεκτρονίου όταν μπαίνει στο ηλεκτρικό πεδίο είναι $y = 0$, ποια είναι αυτή με την οποία εγκαταλείπει το πεδίο;



Είπαμε νωρίτερα ότι η κίνηση του φορτίου στον άξονα y'y είναι ευθύγραμμη επιταχυνόμενη με σταθερή επιτάχυνση την οποία και βρήκαμε. Από τις εξισώσεις της κινητικής στη διαδρομή A→B, έχουμε:

$$y_B = y_A + u_{Ay}\, t + \frac{1}{2} a_y t^2$$

$$y_B = 0 + 0\, t - \frac{q_e E}{2 m_e}\left(\frac{l}{u_i}\right)^2$$

$$= -\frac{q_e E}{2 m_e}\frac{l^2}{u_i^2}$$

$$\simeq -0.0195 \text{ m}$$ (αρνητική, as expected)

$m_e = 9.1 \times 10^{-31}$ kg
$q_e = 1.6 \times 10^{-19}$ C

Τέλος Διάλεξης